

Tutorium zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

1. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''' + y'' + 4y = \cos x.$$

2. Sei $k \in \mathbb{R}$, $k > 0$, und die Differentialgleichung

$$y''(x) + 2ky'(x) + k^2y(x) = 3x^2 - 2 \quad (*)$$

gegeben.

- a) Bestimmen Sie alle (maximalen) Lösungen φ der zugehörigen homogenen Differentialgleichung, welche

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \varphi(x) = 0$$

erfüllen.

- b) Geben Sie die allgemeine Lösung von (*) an.

3. Gegeben sei die Quadrik

$$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid 3x^2 - xy + y^2 + 5x - 4y + 2 = 0 \right\}.$$

- a) Zeigen Sie **ohne** Berechnung der euklidischen Normalform, daß es sich bei Q um eine Ellipse, einen Punkt oder die leere Menge handeln muß.
- b) Zeigen Sie, daß Q mindestens zwei verschiedene Punkte enthält. Um welchen Typ handelt es sich also bei Q ?

4. Für $s \in \mathbb{R}$ sei die Quadrik

$$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 2sxy + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0 \right\}$$

gegeben.

- a) Zu welcher der drei Typenklassen
- Ellipse, Punkt, \emptyset
 - Hyperbel, sich schneidendes Geradenpaar
 - Parabel, paralleles Geradenpaar, Doppelgerade, \emptyset
- gehört – in Abhängigkeit von s – die Quadrik Q ?
- b) Zeigen Sie, daß Q im Fall $s = 1$ eine Doppelgerade ist und geben Sie diese an.

Lösen Sie diese Aufgabe **ohne** Berechnung der euklidischen Normalform!